

## Station 9: Das Binärsystem - Dualzahlen

Als Erfinder der Dualzahlen gilt Gottfried Wilhelm Leibnitz.

Obwohl Leibnitz das Dualsystem schon vor Jahrhunderten erfunden hat, ist die Bedeutung dieser Erfindung erst im vorigen Jahrhundert sichtbar geworden. Konrad Zuse hat einen der ersten funktionstüchtigen Computer gebaut, dessen Rechenwerk ausschließlich auf dem Dualsystem beruht. Die Geschwindigkeit mit der die sehr einfachen dualen Rechenoperationen durchgeführt werden konnten, war überzeugend. Die Einfachheit der verwendeten Bauteile verblüffend. Die Dualzahlen von Leibnitz wurden von den Computeringenieuren des vorigen Jahrhunderts zum Binärsystem erweitert, so dass auch Buchstaben, später auch Bilder und sogar Musik binär vom Computer verarbeitet werden kann. Das Dualsystem ist damit universelle Grundlage der Computersysteme.

Zur vertiefenden Behandlung der Dualzahlen im Unterricht, schlagen wir zwei Spiele vor:

### Binär zählen und Das Codierspiel

Beide Spiele sind auf den folgenden Seiten beschrieben.

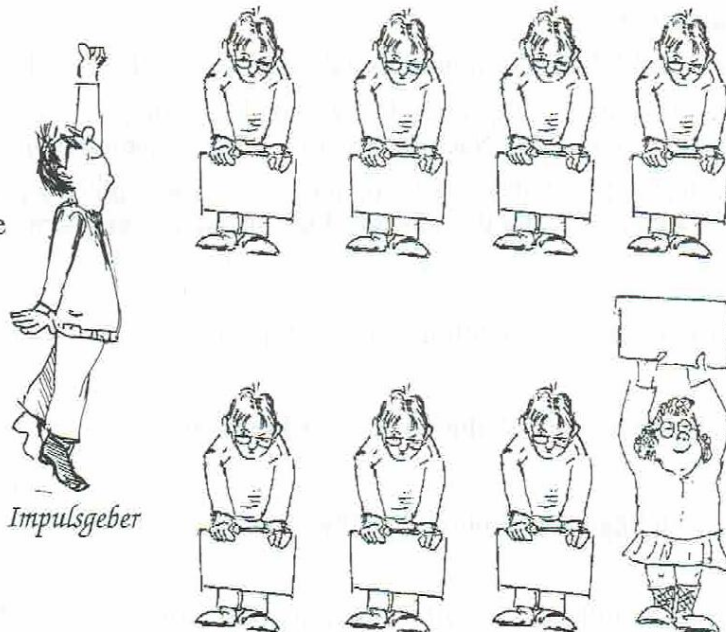
## Binär zählen

### Spielidee

Die entscheidenden Vorteile der Verwendung dualer Zahlendarstellungen werden am Beispiel eine technischen Zählwerkes verdeutlicht.

Wir verdeutlichen, daß die Mitspielerinnen und Mitspieler im Gegensatz zum vorangegangenen Spiel, ganz ohne Rechnen auskommen.

**Die Befolgung einer einfachen, für alle gleichen, Regel stellt ein korrekt arbeitendes Zählwerk her.**



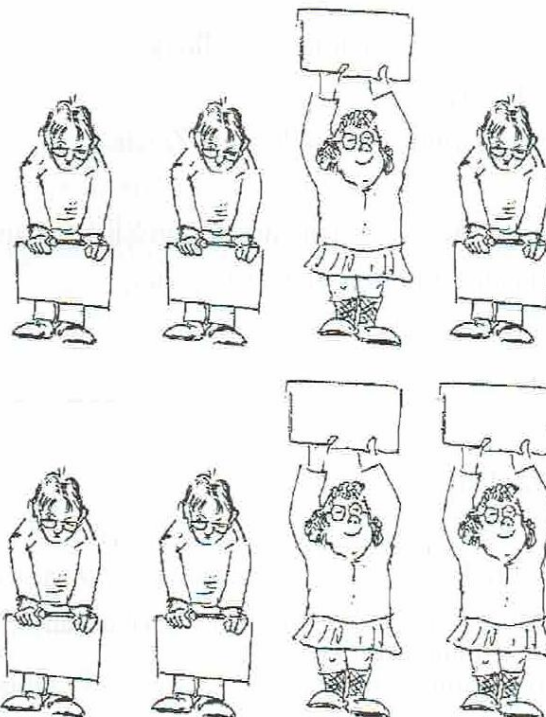
### Die Regel

Wenn Dein linker Nachbar - die nächst niedrigere Binärstelle - die Arme senkt - Übergang von 1 nach 0 -, dann ändere den Zustand Deiner Arme - Deinen Wert.

Informationstheoretisch gesprochen:

Wenn die nächst niedrigere Binärstelle von der 1 zur 0 wechselt, dann wechsele Deinen Wert.

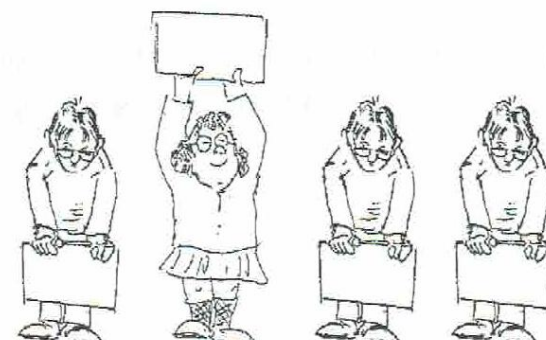
Dieser Wechsel von der 1 zur 0 erfolgt genau dann, wenn an dieser Stelle ein Überlauf stattfindet, der sich natürlich auf die nächsthöhere Stelle auswirkt.



### Spielverlauf:

Jeder Zähler benötigt einen Zählimpuls von außen. Die Aufgabe des Impulsgebers übernimmt eine neue Mitspielerin oder ein neuer Mitspieler. Ein Impuls wird dargestellt durch Heben und anschließendes Senken der Arme. Nach unserer Regel reagiert die niedrigste Binärstelle auf das Senken der Arme.

Die Bildfolge stellt die Entwicklung des Zählers über eine Folge von Zählimpulsen dar.



## Das Codierspiel

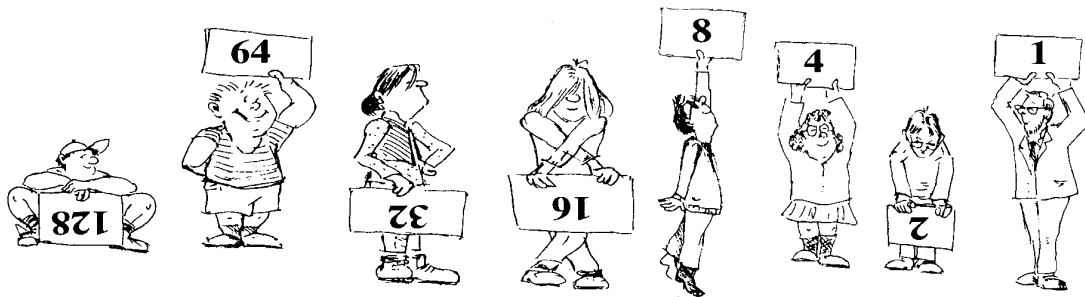
### Das Spielmaterial

Man benötigt acht große Spielkarten, die mit den ersten acht Zweierpotenzen 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 und 128 beschriftet sind.

Download unter: <http://www.phaenomexx.de/Informatik-Grundlagen/Downloads/>

### Die Spielidee

Acht Schülerinnen oder Schüler simulieren die Bits eines Bytes. Gemäß ihrer Position in unserem Spielbyte erhält jedes Byte seine Spielkarte, die den entsprechenden Zweierpotenz-Stellenwert anzeigt.



### Der Spielverlauf

Auf Zuruf einer Dezimalzahl - z.B. 77 - müssen die Spielerinnen oder Spieler an den einzelnen Positionen des Bytes entscheiden, ob sie „dabei“ sind oder nicht. Dabei sein heißt: als Zeichen dafür, dass an dieser Stelle eine 1 stehen soll, wird die Hand mit der Spielkarte des Bits gehoben. Gesenkte Hände deuten an, dass das Bit den Ziffernwert 0 hat. Die vorstehende Abbildung zeigt den Spielstand nach Aufruf der Zahl 77. Die interessante Frage dabei ist, wie die obige Entscheidung gefällt wird.

### Die Spielregel für die Bits

Der Entscheidungsprozess läuft vom höchsten Stellenwert zum niedrigsten ab. Ist die zugerufene Zahl kleiner als der höchste Stellenwert, dann reagiert dieses Bit nicht, andernfalls „wird das Bit durch Arm heben gesetzt“ und die zugerufene Zahl um den Stellenwert vermindert. Auf der Basis der verminderten Zahl entscheidet dann der Mitspieler in der nächsten Position, usw..

### Die Spielbeobachterinnen und Spielbeobachter

Sie rufen abwechselnd eine neue dual darzustellende Dezimalzahl auf und überprüfen das Ergebnis durch Addieren der angezeigten hochgehaltenen Stellenwerte.

**Aufgaben zum Dualsystem**

*Aufgabe 1:*

- a) Erläutere die Funktionsweise der dualen Anzeige des Codierspiels.*
- b) Welche Zahlen können mit der 8-stelligen Anzeige des Codierspiels angezeigt werden?*
- c) Codiere - analog zum Codierspiel - die Dezimalzahlen 193, 98, 122, 43 und 26 dual.*
- d) Welche Dezimalzahlen verbergen sich hinter den Dualzahlen 01101100, 00100000, 11111111, 10101010 und 11011101?*

*Aufgabe 2:*

*Notiere Deine Vorgehensweisen in Aufgabe 1.*

*Die Festlegung eines solchen Ablaufs nennt man Algorithmus. In diesem Fall kann man mit dessen Hilfe Zahlen des Zehnersystems in Dualzahlen umwandeln.*

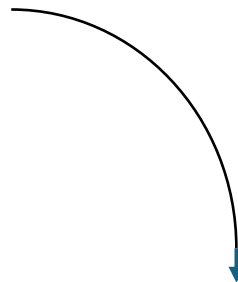
*Aufgabe 3:*

*Notiere ebenfalls einen Algorithmus, mit dessen Hilfe man Zahlen des Dualsystems in Dezimalzahlen umwandeln kannst.*

Der bei der Lösung der Aufgabe 2 entstandene Algorithmus wird sehr oft benötigt. Er ähnelt der Vorgehensweise beim Codierspiel. Ein eleganterer und schnellerer Algorithmus zum Umwandeln von Dezimalzahlen in Dualzahlen ist der **Restwertalgorithmus**, der auch **euklidischer Algorithmus** heißt.

Den Restwertalgorithmus erklären wir dir am Beispiel der Umwandlung der Zahl 234:

|     |   |   |   |     |      |   |
|-----|---|---|---|-----|------|---|
| 234 | : | 2 | = | 117 | Rest | 0 |
| 117 | : | 2 | = | 58  | Rest | 1 |
| 58  | : | 2 | = | 29  | Rest | 0 |
| 29  | : | 2 | = | 14  | Rest | 1 |
| 14  | : | 2 | = | 7   | Rest | 0 |
| 7   | : | 2 | = | 3   | Rest | 1 |
| 3   | : | 2 | = | 1   | Rest | 1 |



# Gottfried Wilhelm Leibniz





Projekt: Erfindungen verändern die Welt

Hinweise zu den Stationen  
für Lehrerinnen und Lehrer